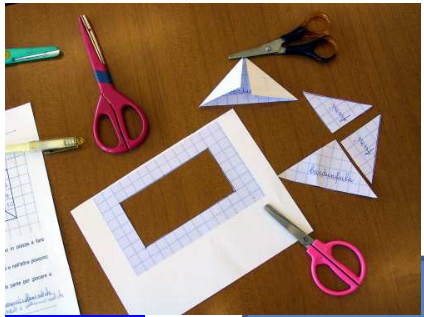
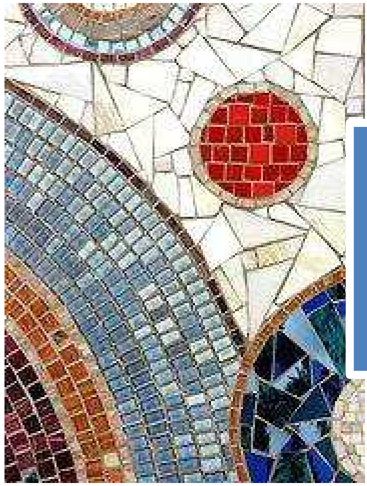


Rete di Scuole - Istituto Comprensivo OZIERI
5 Aprile 2017

Misconcezioni e problem solving nell'apprendimento e nell'insegnamento della matematica



Analisi della natura di difficoltà e ostacoli

Maria Polo con la collaborazione di Annamaria Montis e Silvana Saba
Dipartimento di Matematica e Informatica Università degli Studi di Cagliari e CRSEM

Calendario Incontri di formazione 2017

05 Aprile **3 ore**	15.00 – 18.00 Misconcezioni e problem solving nell'apprendimento e nell'insegnamento della matematica	Compito **dal 5 aprile al 5 maggio** Sperimentazione problema Attività di risoluzione di un problema. Invio via email relazione attività
12 **e** **29** **Maggio** **6 ore**	Didattica laboratoriale e metodologie: analisi critica e proposte di trasposizione didattica Inserimento di pratiche innovative nella didattica quotidiana	Compito **dal 12 al 20 Maggio** **Sperimentazione attività** laboratoriale Invio via email relazione attività
5 Giugno **3 ore**	Analisi e riflessione sulle sperimentazioni. Disseminazione delle pratiche sperimentate.	

I temi scelti per la formazione tendono a concorrere al raggiungimento di Vostri obiettivi

- Promuovere la formazione dei docenti per l'acquisizione di strategie didattiche innovative che favoriscano l'inclusione

- Elaborazione di una progettazione didattica maggiormente condivisa

Temi e modalità della formazione

La sperimentazione come parte essenziale di ogni percorso di formazione

Riflessione su
Apprendimento della matematica a scuola e ruolo dell'insegnate

Come intervenire (non intervenire) di fronte ad errori, difficoltà, ostac

Contrastare il costruirsi di una visione della matematica come insieme di regole e applicazione di regole – teoremi e "recitazione" di dimostrazioni

- *"Come tutti gli studenti del mondo, Jonathan si era imbattuto più di una volta nella figura di Talete, ma ogni volta il professore aveva parlato loro del teorema, non dell'uomo; d'altra parte durante le lezioni di matematica, non si parlava mai di esseri umani. Di tanto in tanto si sentiva echeggiare un nome: Talete, Pitagora, Pascal, Cartesio, ma era soltanto un nome, per l'appunto come quello di un formaggio o di una stazione del metrò. Non si parlava neppure di dove o quando era avvenuto un certo episodio: le formule, le dimostrazioni, i teoremi finivano sulla lavagna come se nessuno li avesse creati, come se esistessero da sempre, alla stregua delle montagne e dei fiumi, sebbene anche le montagne non fossero lì da sempre. E si arrivava al punto che i teoremi avevano un'aria a temporale ancor più delle montagne e dei fiumi. La matematica non era né storia, né geografia, né geologia. Ma allora cosa era?"*

Ridurre una visione negativa e il rifiuto …. della matematica

Demotivazione e rifiuto ad apprendere
Un problema antico !

Solo per la matematica?

- *"l'abilità in matematica è innata"*
  - *"l'intuizione arriva all'improvviso"*
- *"solo pochissimi eletti possono fare matematica"*

Sheila Tobias, 1978 - 1994

L’instaurarsi del “rifiuto” della matematica

importanza del fattore tempo

trasparenza che i primi sintomi hanno agli occhi degli attori

(studenti, insegnanti, genitori o in generale adulti vicini agli studenti)

Apprendimento della matematica

dalle conoscenze matematiche “innate” alla matematica del cittadino ………… e nella vita di tutti i giorni

---

spazio, forme

sinistra
destra

L’ apprendimento della matematica
in situazione scolastica è un apprendimento
“vincolato”

colori
0 e 1 nero bianco
2 e 3 giallo rosso
6, 7 e 8 tinte scure

La genesi delle conoscenze matematiche

- **Come si perviene alla *matematica* a partire dall'"aritmetica innata"?**

- **vi sono forti influenze evolutive, storiche e culturali**
- **teorie sociocostruttiviste dell'apprendimento**

assimilazione/accomodamento

si conosce *contro* le conoscenze precedenti

Il processo di costruzione delle conoscenze non è lineare

Tendenze attuali dei risultati delle ricerche sull'apprendimento della matematica

---

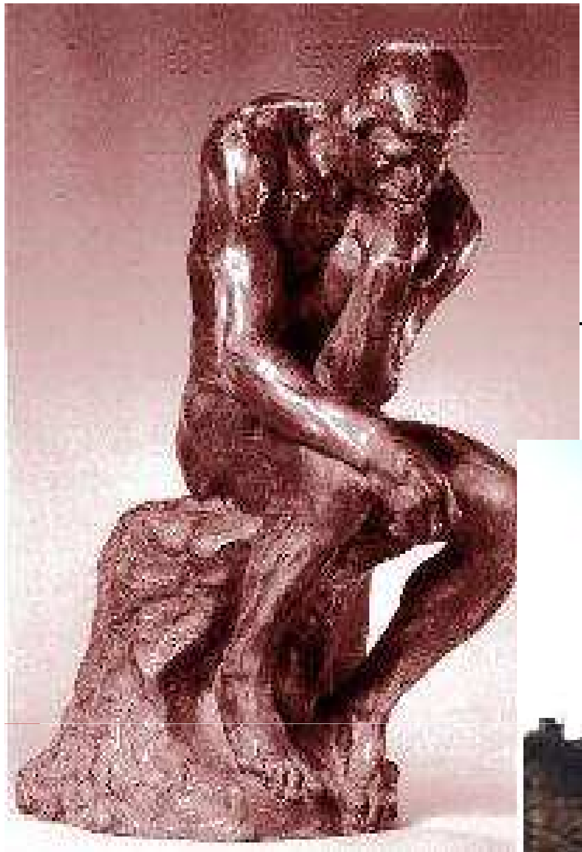
L'apprendimento situato, apprendimento come risultato della storia culturale e collettiva delle comunità di pratiche;

comocognizione (Anna Sfard, 2009 PSICOLOGIA DEL PENSIERO MATEMATICO IL RUOLO DELLA COMUNICAZIONE NELLO SVILUPPO COGNITIVO, Erikson)

Teoria dell'embodiment

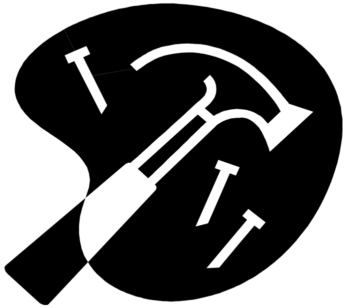
risultati della più recente ricerca neurologica e dei contributi dalla (psico)-linguistica cognitiva e della didattica della matematica

- G. Lakoff e R. E. Nunez, 2005, Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica, Bollati Boringhieri



Metafore, schemi, gesti, immagini forniscono un ponte tra

il linguaggio e il ragionamento, tra il corpo e i concetti



Quale matematica?

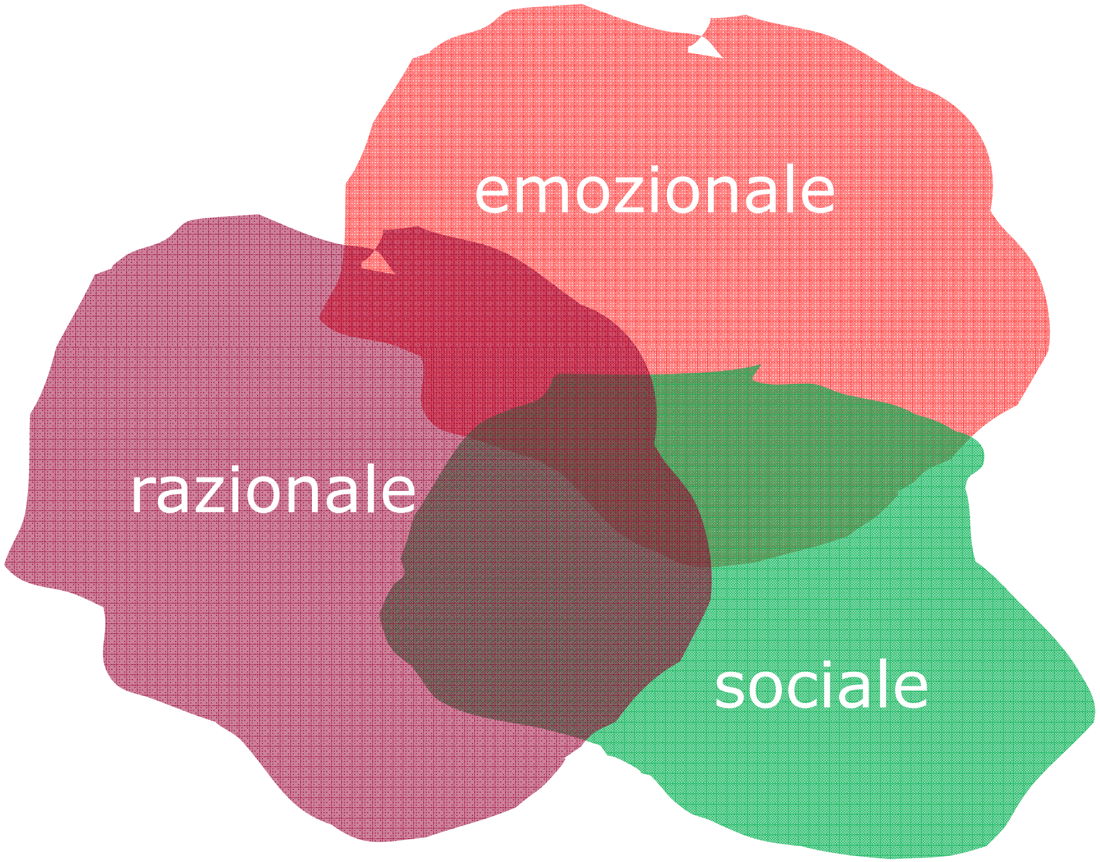
- La Matematica
  priva del suo carattere strumentale,
  sarebbe un puro gioco di segni senza significato

I due aspetti si intrecciano

- senza una visione globale (culturale),
  diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione

cfr.: Mat 2001-2003 dell'UMI

Processo di apprendimento... e
domande, ricerca delle risposte e argomentazione

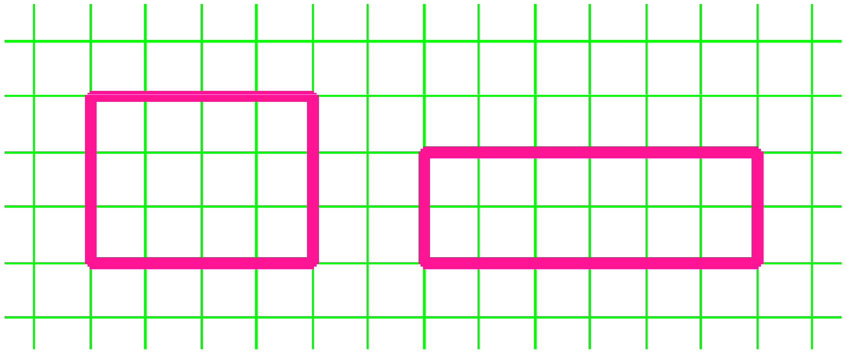


Dimensioni dell’apprendimento

Dimensione emozionale dell’apprendimento

- **Il problema**

  A Paola piace moltissimo il cioccolato e può scegliere solo una di queste tavolette



Colora la tavoletta che sceglie Paola e spiega perché.

- **Classe 2ª**

‘La seconda perché ha meno grasso e l’altra è più dura e più alta’

- **Classe 3ª**

‘Una qualsiasi perché hanno lo stesso numero di quadretti e come 12+12 fa 24 mangerà 24 quadratini. Però ne può prendere solo una, ma la mamma di Paola va a fumare e Paola mangia tutti e due i pezzi di cioccolato’

- **Classe 4ª**

‘Quella rettangolare perché a Paola le sembra più piccola perché è a dieta’

- **Classe 5ª**

‘La prima è larga e ci mette di più a mangiarla. È uguale all’altra però per me ci mette di più a mangiarla, quindi per me sceglie la tavoletta A’

Dimensione emozionale –razionale e sociale dell'apprendimento

Un episodio tratto dalla letteratura classica delle ricerche in didattica. Seconda elementare

---

Obiettivo dell'attività (dal punto di vista dell'insegnante): utilizzare una somma nota per trovare una somma incognita

34 + 9 = 43

34 + 11 =

un'alunna incolonna 34 e 11 ed esegue l'addizione

Alla domanda esplicita: "Ma potevi utilizzare il risultato della prima espressione?" la bambina risponde di no, quasi turbata.

L'insegnante chiede: "Secondo te, come avrebbe fatto Marva?" e la bambina dice: "Avrebbe aggiunto 2 a 43."

– **Le consuetudini e le regole implicite di comportamento risultato dell'interazione sociale**

Misconcezione vs Ostacolo epistemologico

"Quando si ricercano le condizioni psicologiche dei progressi della scienza, ci si convince ben presto **che è *in termini di ostacoli che bisogna porre il problema della conoscenza scientifica*. E non si tratta di considerare ostacoli esterni, come la complessità e la fugacità dei fenomeni, oppure d'incolpare la debolezza dei sensi e dello spirito umano, perché è all'interno dell'atto stesso del conoscere che, per una specie di necessità funzionale, appaiono lentezze e confusioni**. E' qui che mostreremo alcune cause di stagnazione e persino di regresso della scienza; qui ne rileveremo le cause di inerzia; e tutte queste cause le chiameremo ostacoli epistemologici. [...] **Si conosce, infatti, *contro* una conoscenza anteriore, distruggendo conoscenze mal fatte,** superando quello che nello spirito stesso fa da ostacolo alla spiritualizzazione"

[G. Bachelard, 1938, La formazione dello spirito scientifico, tr. it. p.11].

Ostacolo Epistemologico – G. Brousseau
Théorie des situations didactiques (1998)

Teoria delle situazioni didattiche

✓L’ostacolo è una conoscenza

✓L’ostacolo ha un do... validità

✓Un osta... manifesta attraverso gli errori
per...

Due esempi tratti dai risultati di ricerche in ambito internazionale

L’errore non è mai solo l’effetto dell’ignoranza, dell’incertezza, del caso, ma può essere l’effetto di una conoscenza anteriore (corretta o parzialmente corretta)

Osservare

Interpretare

Errori ripetuti - ostacoli di natura didattica

3x 9= 27
8x5=40

Il risultato della moltiplicazione di due numeri è maggiore dei due numeri

Strategie pertinenti in altri ambiti (in N)

437 -
284 =
_____
253

Calcoli corretti applicati a strategie errate o parzialmente corrette

15x 0,5= ?

Intervenire

Effetto del Processo di Trasposizione didattica: modificabile da interventi consapevoli dell'insegnante che costruisce attività ad hoc di costruzione di competenze, di rinforzo o di recupero globale e non locale

Costruire attività significative: dal punto di vista epistemologico e agli occhi degli alunni

Dal curricolo …………….. alla pratica: il processo di insegnamento

Processo di apprendimento

Riduzione della frammentarietà nella messa in opera del curricolo

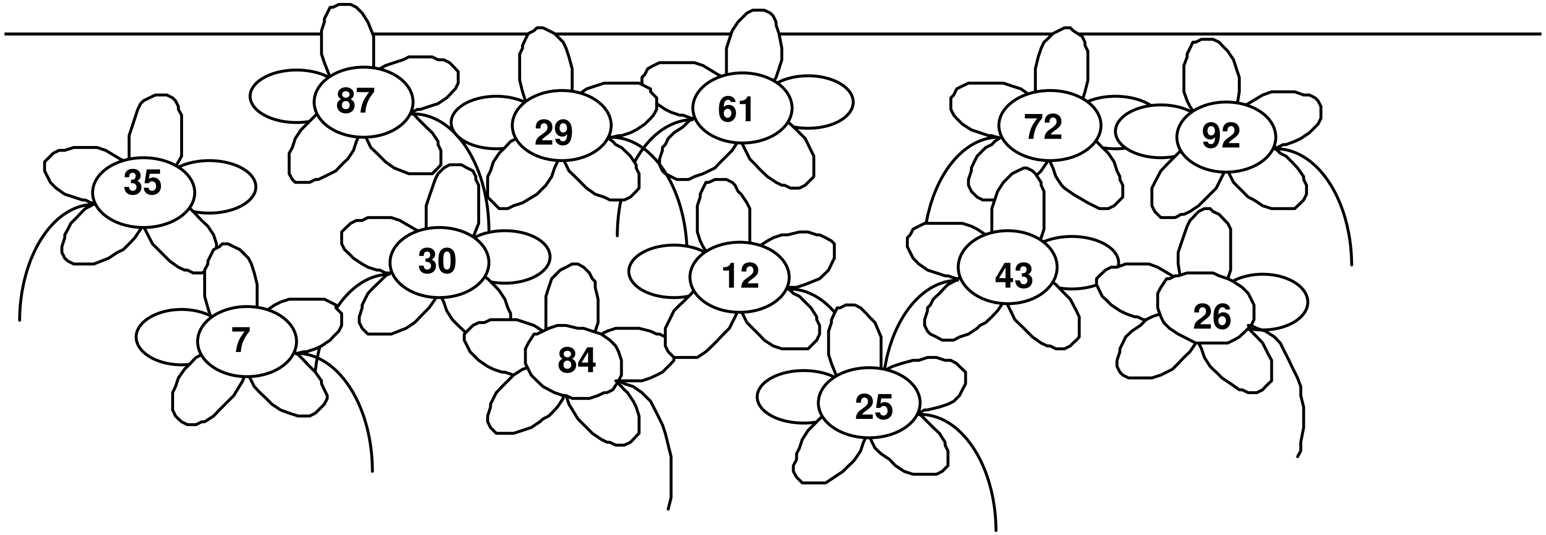
Porre e risolvere problemi

Il ‘ risolvere Problemi’ è carattere intrinseco del funzionamento del processo di apprendimento

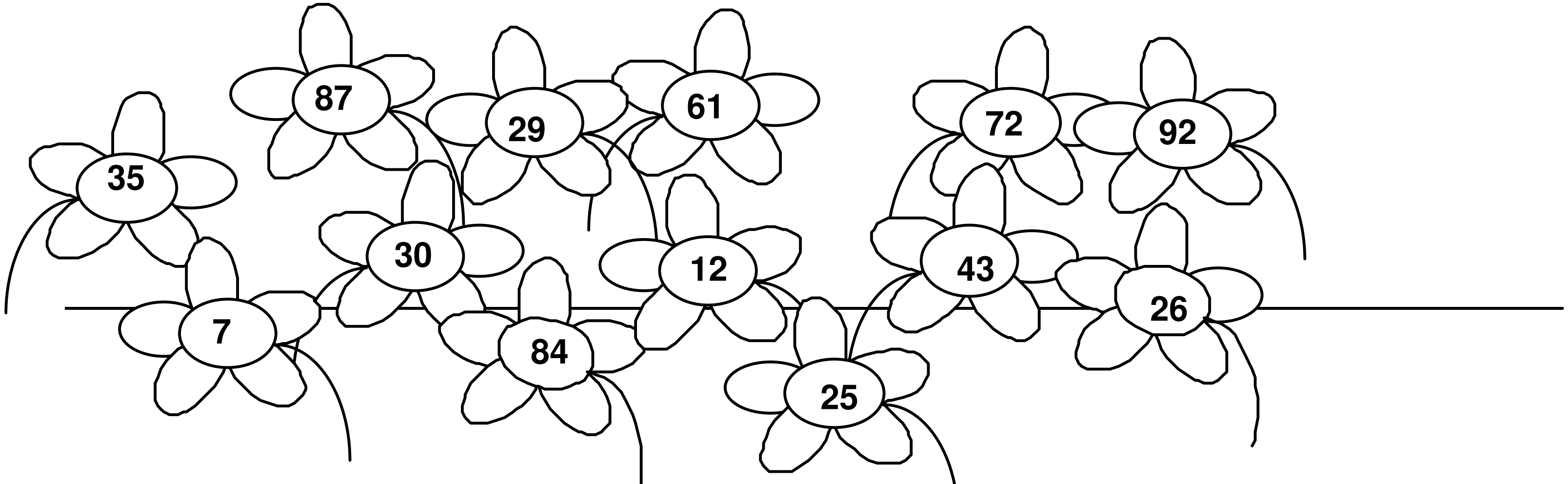
PROVIAMO INSIEME : il problema dell’ape e del rettangolo

Lo scenario, il contesto narrativo, la drammatizzazione

Matematica come strumento per risolvere i problemi



L’Ape Mate, che passa di fiore in fiore, deve portare all’alveare esattamente 94 granuli di polline con un solo viaggio.
Su ogni fiore è scritto il numero di granuli di polline che esso contiene.
Quando Mate si posa su un fiore ne prende tutti i granuli.
Quali sono i fiori sui quali Mate può posarsi per riuscire a portare all’alveare 94 granuli con un solo viaggio?



In quanti modi con i numeri assegnati posso ottenere 94 con una somma?

92 NO perché?

87 SI 87 + 7

84 NO

72 NO

Problema a più soluzioni:

25 + 26 +43

61+7+26

30 + 35 +29

esiste una soluzione con 4 addendi?

Quante soluzioni se la soluzione è “strumento” per risolvere il problema dell’ape?

Per costruire attività significative dal punto di vista epi

Variabili fondamentali

Gli oggetti e il materiale utilizzato sono variabili fondamentali, quali conoscenze sono necessarie per dare la risposta?

Quali conoscenze sono necessarie? Quante soluzioni?

- Gli a 5

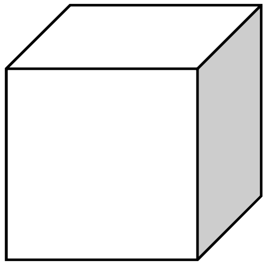
I numeri sono variabili fondamentali, si modificano le strategie risolutive e le conoscenze utilizzabili (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione)

- Gl ici del 5

Come p sso formare il 5 co i numeri da 1 a 10?

Per costruire attività significative dal punto di vista epistemologico:
Variabili fondamentali. Analisi del compito e delle risposte.

- In quanti modi posso ricostruire il 3 con i numeri in colore?



- *Gli amici del 5*

Come posso formare il 5 con i numeri 0, 1,2,3,4,5?

- *Gli amici del….*
- Come posso formare il …. con i numeri da 0 a …..?

PARADOSSI

dell'*atto* di apprendimento

dell'*atto* di insegnamento

- PER APPRENDERE L'ALUNNO DEVE ACCETTARE DI **"ROMPERE" LA RELAZIONE DIDATTICA**
- ENTRARE IN RELAZIONE DIRETTA COL SAPERE.

- SE L'INSEGNANTE "DICE" **CIÒ CHE VUOLE OTTENERE**
- **NON PUÒ PIÙ...OTTENERLO**

Come superare il doppio paradosso?

Trasposizione didattica; dal curricolo alla pratica in classe.

Possibili conseguenze nella topogenesi dei saperi

Le discipline sono insegnate in modo frammentario

Necessità nella cronogenesi dei saperi scientifici

verifiche locali e settoriali degli apprendimenti non favoriscono la possibilità di costruire e integrare le diverse conoscenze e saperi…

Né permettono la valutazione di competenze

Come ridurre la frammentarietà?

Ridurre la frammentarietà è possibile. Un esempio

Spunti di riflessione a partire da un esempio di “problema”
In che ambito possiamo cercare un procedimento risolutivo?

- *Che cosa capita all’area di un rettangolo se un suo lato diminuisce del 10% e l’altro aumenta del 10% ?*

  (Cf. Arcavi 1994)

Il problema può essere risolto in tre ambiti che comportano strategie e contenuti matematici diversi: pratico, di formulazione, di modellizzazione

Ambito pratico : disegno, sovrapposizione modelli in carta, conteggio quadretti (conteggio in Q)

Ambito formulazione: calcolo di area di uno o più rettangoli di dimensione assegnata (aritmetica)

Ambito modellizzazione : Area R1 = ab - Area R2 = (a-a10%)(b+b10%) = 0,9a x 1,1b = 0,99ab (algebra – funzioni)

La formulazione del quesito: il sapere necessario per trovare la risposta e il procedimento risolutivo sono impliciti.

Ridurre la frammentarietà è possibile in attività a "clima laboratoriale"

La formulazione del quesito: il sapere necessario per trovare la risposta e il procedimento risolutivo sono impliciti.

In che ambito possiamo cercare un procedimento risolutivo? Quali conoscenze sono necessarie per trovare la risposta? Quali risposte possibili?

Scelta del problema in modo che il contesto sia significativo per gli alunni e rimanga invariata la struttura matematica del quesito e della risoluzione

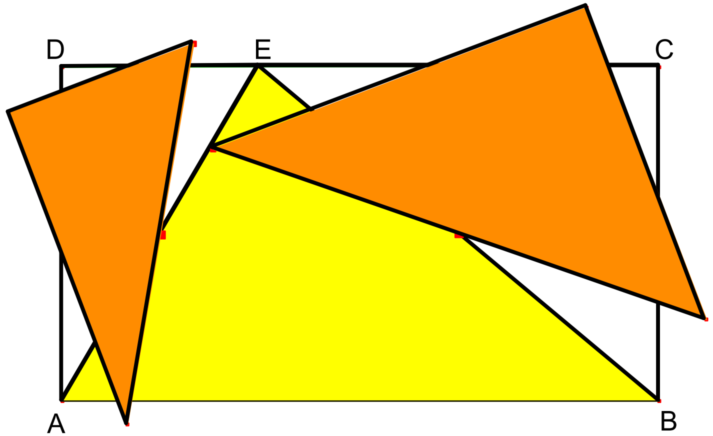
Scegliere la modalità di gestione dell'attività: individuale, di gruppo, di discussione delle soluzioni trovate. Formulare la consegna e rilanciare domande

Riflessioni / domande su esperienze fatte nelle classi. Modalità di risposte attese, errori ricorrenti, la vostra gestione?

Porre e porsi problemi: quando, come e perché?

- *Un alunno non fa matematica se non si pone e non risolve problemi.*
- *Tutti concordano su ciò. Le difficoltà cominciano quando si tratta di sapere* ***quali problemi egli si deve porre, chi li pone e come ....***

Brousseau, 1998



$$5 \times 2$$

$$5 \times 200$$

$$5 \times 2{,}5$$

$$5 \times \sqrt{\pi}$$

L’emergenza di competenze professionali e
di comunità di pratiche innovative

Integrazione, selezione, cooperazione, organizzazione

GRAZIE

Compito
dal 5 aprile al 5 maggio
Sperimentazione problema
Attività di risoluzione di un problema.

Compito
dal 12 al 20 Maggio
Sperimentazione attività laboratoriale

Invio via email una sintesi dell’attività : crsem.segreteria@unica.it

Centro di ricerca e
sperimentazione
dell'educazione matematica

c/o Dipartimento di Matematica e Informatica

Via Ospedale, 72 - 09124 CAGLIARI

- tel. 0706758528 - fax. 0706758504
- E-Mail: crsem.segreteria@gmail.it
- Sito : http://cli.sc.unica.it/crsem/

- Maria Polo E-Mail mpolo@unica.it

Documenti e siti di riferimento

- **G. Lakoff e R. E. Nunez, 2005, Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica, Bollati Boringhieri**
- Anna Sfard, 2009 PSICOLOGIA DEL PENSIERO MATEMATICO IL RUOLO DELLA COMUNICAZIONE NELLO SVILUPPO COGNITIVO, Erikson
- Montis – Saba, *2013,* Programmare educazione matematica in continuità - Curricula infanzia e prima primaria, *L'Educazione Matematica*, Anno XXXIV - Serie X - Vol 3 n.3 Malloci - Murgia, *2013,* Programmare educazione matematica in continuità - Curricula Quinta e prima Secondaria di 1° grado, *L'Educazione Matematica*, Anno XXXIV- Serie X Vol 3 n.3 .
- Polo, M.: 2000*, Interpretare e gestire le risposte degli alunni nelle attività con la matematica*, Pitagora Editrice, Bologna
- UMI: Matematica 2001, *Materiali per un nuovo curricolo di matematica,* *http://www.umi-ciim.it/*
- *R. Zan - http://maddmaths.simai.eu/wp-content/uploads/2013/11/Zan.pdf*